1. Modelle der Optik

DIN 5031: UV: 100-380nm, VIS: 380-780nm, IR: 780nm-1mm

Maxwell Induktionsgesetz: $rot\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \Leftrightarrow \oint \vec{E}d\vec{s} = \frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}d\vec{A}$ wegen $Bx = const = Cx$: $\frac{\partial}{\partial t}B_y = -\frac{\partial}{\partial z}E_x$, $B_z = C_z = const$ und

Wellenausbreitung: $E_x = \hat{E}_x \cos(wt - kz)$; $E_y = E_z = 0$ ergibt

$-\frac{\partial}{\partial z}E_x = -(-k)E_x(-\sin(wt-kz)) = \frac{\partial}{\partial t}B_y$, $B_y = -k\int \hat{E}_x \sin(wt-kz)dt = \frac{k}{w}\hat{E}_x \cos(wt-kz) + C_y$, kein stationäres

Magnetfeld: $\vec{c} = 0$; $B_x = 0$. $\hat{B}_y = \frac{k}{w}\hat{E}_x = \frac{1}{cw}\hat{E}_x$ mit $k = \frac{1}{c}$ und $c = \frac{\hat{E}_x}{\hat{B}_y}$ ($\hat{E} = z_0\hat{H}$).

Intensität ($\vec{E} \perp \vec{H}$, Ausbreitungsrichtung: $\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$): $S_z = \hat{E}_x\hat{H}_y\cos^2(wt-kz)$ mit $[S] = 1\frac{W}{m^2} = 1\frac{J}{m^2 s}$.

Leistung: $P = \int_A SdA$, von der Quelle emittierte Leistung: $P = \oint_A SdA$.

Phasengeschwindigkeit im Vakuum $c_0 = \frac{1}{\sqrt{e_0 m_0}} = 2.9979\cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

Brechzahl $n = \frac{c_0}{c} = \frac{l_0 f}{l f} = \frac{l_0}{l}$, **Wellenlängen und –frequenzen**: $\frac{\Delta f_{res}}{f_k} \approx \frac{\Delta l_{res}}{l_k}$ für kleine Differenzen.

Homogen: n ist ortsunabhängig. Isotrop: n ist unabhängig von Ausbreitungsrichtung und Richtung von $\vec{E}$.

Optische Weglänge: $L = nd = kl$ (d: geometrische Weglänge).

2. Grundbegriffe der geometrischen Optik

Brechungsgesetz: $n\sin e = n'\sin e'$. Dispersion: $n = n(l)$.

Brechung zum Lot hin ins dichtere Medium. Max. Winkel $e' = \arcsin\frac{n}{n'}$.

Brechung vom Lot weg ins dünnere Medium. Totalreflexion $e_g = \arcsin\frac{n'}{n}$.

Planparallele Platte: $v = d\frac{\sin(e - e')}{\cos e'}$.

Prisma: $d = e_1 + e_4 - a = e_1 + \arcsin\left(n\sin\left(a - \arcsin\frac{\sin e_1}{n}\right)\right) - a$, $a = e_2 + e_3$. Bei $e_1 = e_4$: $n\sin\frac{a}{2} = \sin\frac{d_{\min} + a}{2}$.

3. Wellenoptik

Auslenkung $A = \hat{A}\cos(wt + j_0)$. $w = 2pf = \frac{2p}{T}$.

Komplex: $\underline{A} = \hat{A}(\cos(wt + j_0) + j\sin(wt + j_0)) = \hat{A}e^{j(wt+j_0)} = \underline{\hat{A}}e^{jwt}$.

Wellenzahl: $k = \frac{w}{c} = \frac{2pf}{c} = \frac{2p}{l}$.

Schwingung am Ort z Zeitpunkt t: $A(z,t) = \hat{A}\cos\left(w\left(t - \frac{z}{c}\right) + j_0\right) = \hat{A}\cos(wt - kz + j_0)$.

Beziehungen zwischen $\vec{E}$ und $\vec{H}$ bei elektromagnetischen, harmonischen Wellen. $E_x = \hat{E}_x\cos(wt-kz)$; $E_y = E_z = 0$.

Magnetische Flussdichte B: $B_x = 0$; $B_y = \underbrace{\frac{k}{w}\hat{E}_x}_{\hat{B}_y}\cos(wt-kz)$; $B_z = 0$.

Wellenwiderstand des Vakuums: $z_0 = \frac{\hat{E}_x}{\hat{H}_y} = \frac{m_0}{\sqrt{e_0 m_0}} = m_0 c_0 = 376.7\Omega$.

Poyntingscher Vektor der Energiestromdichte $\vec{S}$: $S_x = 0$; $S_y = 0$; $S_z = \hat{E}_x\hat{H}_y\cos^2(wt-kz)$.

$\vec{E}$ -Feld in fester Ebene ? linear polarisierte Welle. $\vec{E}$ -Feld in statistisch schwankender Richtung ? unpolarisiert.

$\overline{S}_z = \vec{E}_x \vec{H}_y \overline{\cos^2(wt - kz)} = \frac{1}{2}\hat{E}_x \hat{H}_y$? gleichbedeutend mit Intensität I der Strahlung.

$S = I = \frac{dP}{dA} = \frac{d^2W}{dtdA} = \frac{d\Phi}{dA}$. Energie pro Fläche und pro Zeit. $S = \frac{1}{2}\hat{E}\hat{H} = \frac{1}{2}z_0\hat{H}^2 = \frac{1}{2z_0}\hat{E}^2$, mit $z_0 = 376{,}7\Omega$.

Kugelwellen: $\frac{S(r_1)}{S(r_2)} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$; $\frac{\hat{y}(r_1)}{\hat{y}(r_2)} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow y(r,t) = \hat{y}_0 \frac{r_0}{r} \sin 2p\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{l}\right)$.

Zylinderwellen: $\frac{S(r_1)}{S(r_2)} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\hat{y}(r_1)}{\hat{y}(r_2)} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow y(r,t) = \hat{y}_0 \sqrt{\frac{r_0}{r}} \sin 2p\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{l}\right)$.

Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz:

$$\underline{A}(t) = \underline{A}_1(t) + \underline{A}_2(t) = \hat{A}_1 e^{jwt} + \hat{A}_2 e^{j(wt-d)} = e^{jwt}\left(\hat{A}_1 + \hat{A}_2 e^{-jd}\right) = \hat{\underline{A}} e^{jwt}.$$

$$\left|\hat{\underline{A}}\right| = \sqrt{\hat{A}_1^2 + 2\hat{A}_1\hat{A}_2 \cos d + \hat{A}_2^2 \cos^2 d + \hat{A}_2^2 \sin^2 d} = \sqrt{\hat{A}_1^2 + 2\hat{A}_1\hat{A}_2 \cos d + \hat{A}_2^2}.$$

Gleichphasigkeit ($d = 2np$): $\left|\hat{\underline{A}}\right| = \sqrt{\hat{A}_1^2 + 2\hat{A}_1\hat{A}_2 + \hat{A}_2^2} = \sqrt{\left(\hat{A}_1 + \hat{A}_2\right)^2} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2$.

Gegenphasigkeit ($d = (2n+1)p$): $\left|\hat{\underline{A}}\right| = \sqrt{\hat{A}_1^2 - 2\hat{A}_1\hat{A}_2 + \hat{A}_2^2} = \sqrt{\left(\hat{A}_1 - \hat{A}_2\right)^2} = \left|\hat{A}_1 - \hat{A}_2\right|$.

Resultierende Intensität: $S_{res} = S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1 S_2}\cos d$.

Kohärentes Licht: Phasendifferenz d ist zeitlich konstant ? Bedingung für stationäre Interferenz.
Inkohärentes Licht: Statistische Phasensprünge zwischen den Wellenzügen ? Keine Phasenkopplung ? keine Minima/Maxima ? Mittelung über alle d: $\overline{\cos d} = 0$? $S_{res} = S_1 + S_2$.

Beugung am Doppelspalt: $\sin j = \frac{\Delta}{g}$; Δ: Gangunterschied; g: Abstand der Spalte, $\frac{x}{l} \approx \frac{kl}{g}$ für $x << l$.

Maxima Ordnung k: $\sin j = \frac{kl}{g}$; $k = 0,1,2,\ldots$. Minima Ordnung k: $\sin j = \frac{2k+1}{2}\frac{l}{g}$; $k = 0,1,2,\ldots$.

k begrenzt durch $\sin j \leq 1$:

- $b >> l$: k sehr groß, Maxima eng beieinander ? scharfe Ränder, Schattenwurf.
- $b \leq l$: erstes Minimum in Spaltebene.
- $b < l$: Kugelhalbwelle.
- Kugelförmiges Teilchen $D < l$: wird zur Eigenschwingung angeregt ? Streuung.

Beugung am (Einfach-)Spalt (unendlich lang, kleine Breite): $\sin j = \frac{\Delta}{b}$? $\frac{S(j)}{S(0)} = \frac{(\sin x)^2}{x^2} \approx \frac{\sin^2 p\left(k + \frac{1}{2}\right)}{p\left(k + \frac{1}{2}\right)}$ mit $x = \frac{pb}{l}\sin j$.

Minima k-ter Ordnung: $\sin j = k\frac{l}{b}$; $k = 1,2,3,\ldots$. **Maxima** k-ter Ordnung (Näherung): $\sin j = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{l}{b}$; $k = 1,2,3,\ldots$.

Beugung an der Lochblende: 1. Minimum: $\sin j = 1.22\frac{l}{D}$ (D: Lochdurchmesser).

Zusammenhang von optischen **Gangunterschied** $\Delta = nd$ (d: geometrischer Wegunterschied) und d: $d = 2p\frac{\Delta}{l_0}$.

Exponentielle Amplitudenabnahme: $E(t) = \hat{E}_0 e^{-d_A t}\cos(w_0 t)$; $w_0 = 2pf_0$; d_A: Abklingkoeffizient.

Intensitätsspektrum: $S(f) = \frac{C}{d_A^2 + 4p^2(f_0 - f)^2}$.

Halbwertsbreite Δf: Die Spektralfunktion der abnehmenden Schwingung besitzt ein Maximum bei f_0. $\Delta f = f_1 - f_2$;

$\frac{S(f_1)}{S(f_0)} = \frac{S(f_2)}{S(f_0)} = \frac{1}{2}$, also der Bereich in $S(f) \geq \frac{S_{max}}{2}$.

Kohärenzzeit: $\Delta t_k = \frac{1}{\Delta f}$. Länge des Wellenzugs, **Kohärenzlänge**: $l_k = c_0 \Delta t_k = \frac{c_0}{\Delta f}$; $\hat{E}(\Delta t_k) \approx 0.04 \hat{E}_0$. Periodendauer einer Schwingung: $T_0 = \frac{1}{f_0}$ des Spektrums.

Anschauliche Erklärung der **Kohärenz**, zwei Bedingungen:

a. Zeitliche Kohärenz:
   - Wellenzüge müssen sich (teilweise) am Beobachtungspunkt überlagern: $\Delta t < \Delta t_k \rightarrow \Delta t \mathrel{\hat{=}} \Delta = c_0 \Delta t \rightarrow \Delta < l_k$ (Je größer l_k desto „kohärenter“),
   - Phasendifferenz darf sich statistisch nicht ändern.

b. Räumliche Kohärenz:
   - Feste Phasenbeziehung der Wellenzüge verschiedener Senderpunkte, $d \sin s << \frac{l}{2}$ mit Durchmesser der Quelle, halber Öffnungswinkel.

Interpretation im **Teilchenbild**:

Energie eines Photons: $W_p = hf$, $h = 6.626 \cdot 10^{-34} Ws^2$.

Anzahl der **Atome** je Volumen nach Zeit t auf einem Energieniveau: $N_2(t) = N_2(0) e^{-\frac{t}{t}}$ (t : mittlere Lebensdauer des Zustands).

Zerfallskonstante: $l_z = \frac{1}{t} = 2d_A \approx \Delta f_N$; $\Delta t_k = \frac{l^2}{\Delta l}$, $\hat{E}(\Delta t_k) = 0{,}04 \hat{E}(0)$.

Natürliche Linienbreite Δf_N : Halbwertsbreite eines gedämpften atomaren Dipols.

4. Fabry-Perot-Interferometer

Reflexionsgrad: $r = \frac{S_r}{S_0} = \left(\frac{\hat{E}_r}{\hat{E}_0}\right)^2 = \frac{\Phi_r}{\Phi_0}$. Speziell $e = 0$: $r = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$.

Resonatorlänge: $L = k\frac{l}{2} = k\frac{l_0}{2n}$; $k = 1,2,\ldots$.

Resonanzbedingung: $2nL = k l_0 = l_k$, $f_k = \frac{c_0 k}{2nL}$.

Abstand zweier benachbarter Resonanzfrequenzen: $\Delta f_{res} = f_{k+1} - f_k = \frac{(k+1)c_0}{2nL} - \frac{kc_0}{2nL} = \frac{c_0}{2nL}$.

Abstand der Wellenlängen: $\Delta l_{res} = \frac{l_k}{f_k} \Delta f_{res} = \frac{l_k^2}{2nL}$ (da $\frac{\Delta f_{res}}{f_k} \approx \frac{\Delta l_{res}}{l_k}$).

Breite einer Resonanzlinie: $\Delta f_c = \frac{c_0(1-r)}{2pnL}$. Breite der Wellenlänge: $\Delta l_c = \frac{l_k^2(1-r)}{2pnL}$.

Airyfunktion: $\frac{S_{res}}{S_0} = \frac{(1-r)^2}{1 + r^2 - 2r\cos d}$ mit d : Phasendifferenz durch Resonatorlänge.

- Kleine Reflexionsgrade: Es interferieren praktisch nur die ersten beiden Wellen ? cos-förmige Modulation von S_{res},
- Beliebige Reflexionsgrade: $\frac{S_{res}}{S_0}$ wird maximal, wenn $\cos d = 1$? 100% Durchlässigkeit für alle r. Voll ausgebildete stehende Welle im Resonator. Minimum für $\cos d = -1$.
- Hohe Reflexionsgrade: $\frac{S_{res}}{S_0}$ geht gegen Null ? breite Minima, schmale Maxima.

Auflösungsvermögen: $\frac{f_k}{\Delta f_c} \sim L$ für festes f_k.

Optischer Transistor (Transphasor):
Materialien: ZnS, GaAs, InSb, CdS und CnCl.

Effekt: $n = f(S)$ bei konstantem l. Die Brechzahl des Mediums ändert sich mit der Intensität ? ab einer Schwellintensität sprunghafte Änderung ? Als „Gatter“ verwendbar.

Der Transistor hat zwei stabile Zustände, sog. optische Bistabilität. Durch weitere Veränderungen kann die Hysterese unterdrückt werden. Durch Nutzung der Reflexion kann ein optischer Inverter gebaut werden.

Beugung am Spalt (unendlich lang, kleine Breite): $\sin j = \frac{\Delta}{b}$? $\frac{S(j)}{S(0)} = \frac{(\sin x)^2}{x^2} \approx \frac{\sin^2 p\left(k+\frac{1}{2}\right)}{p\left(k+\frac{1}{2}\right)}$ mit $x = \frac{pb}{l}\sin j$.

Minima k-ter Ordnung: $\sin j = k\frac{l}{b}$; $k = 1,2,3,\ldots$. **Maxima** k-ter Ordnung (Näherung): $\sin j = \left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{l}{b}$; $k = 1,2,3,\ldots$.

Lochblende: 1. Minimum: $\sin j = 1.22\frac{l}{D}$ (D: Lochdurchmesser).

k begrenzt durch $\sin j \leq 1$:

- $b >> l$: k sehr groß, Maxima eng beieinander ? scharfe Ränder, Schattenwurf.
- $b \leq l$: erstes Minimum in Spaltebene.
- $b < l$: Kugelhalbwelle.
- Kugelförmiges Teilchen $D < l$:wird zur Eigenschwingung angeregt ? Streuung.

Gitter: Maxima k-ter Ordnung: $\sin j = \frac{kl}{g}$;g: Gitterkonstante (Größe der Maschen); $k = 0,1,2,\ldots$? Gitterspektrometer: jedes k ergibt ein Spektrum, langwelliges wird stärker als kurzwelliges Licht abgelenkt ($\leftrightarrow$ Prisma).

5. Lichtwellenleiter

Vorteile: Volumen, Masse kleiner als bei Cu, SiO_2 billiger als Cu, SiO_2 ist Isolator: automatisch galvanische Trennung von Eingang und Ausgang, nicht gestört durch elektromagnetische Felder, abhörsicher, hohe Informationsraten, große Abstände der Zwischenverstärker.

Relativer **Brechzahlunterschied**: $\Delta_n = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} = \frac{(n_1-n_2)(n_1+n_2)}{2n_1^2} \approx \frac{2n_1(n_1-n_2)}{2n_1^2} = \frac{n_1-n_2}{n_1} \approx \frac{\Delta n}{n}$; $n_0\,(n_1, n_2)$: Brechzahl des Außenmediums (Kerns, Mantels); $n_1 > n_2$.

Numerische Apertur: $A = n_0 \sin e_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{2n_1^2\Delta_n} = n_1\sqrt{2\Delta_n} \approx \sqrt{2n_1(n_1-n_2)}$. Für kleine Brechzahlunterschiede ($n_1 \approx n_2$): $\Delta_n \approx 1 - \frac{n_2}{n_1}$, $a^* = \frac{\sqrt{2\Delta_n}}{r}$.

Akzeptanzwinkel $e_0 = e_0(l)$: maximaler Eintrittswinkel, der Reflexion am Mantel verursacht.

Dämpfung: $\Phi_2 = \Phi_1 e^{-kL}$; $k = k(l)$: Extinktionskoeffizient. Materialabhängig, enthält Absorption und Streuung. Wird – ebenso wie n – über Dotierungen festgelegt.

Dämpfungsmaß: $a = 10\lg\frac{\Phi_1}{\Phi_2}\cdot 1dB = 10kL\lg e \cdot 1dB = 4.343dB\cdot kL$, $k = \frac{1}{L}\ln\frac{\Phi_1}{\Phi_2}$.

Ursachen:

- Streuung durch Schwankungen von n, Bläschen, Risse, Einschlüsse ... im Material,
- Absorption: im UV-Bereich sehr gering; im IR-Bereich: Molekülschwingung des SiO_2 (Quarzglas) ? k wächst mit l ,

? 3 Übertragungsfenster: $l \approx 850nm; 1.30mm; 1.55mm$.

6. Multimode – LWL mit Stufenprofil

Optische Impulsform: (Impuls-)Halbwertsbreite t . Senderspektrum: spektrale Halbwertsbreite Δl .

Chromatische Dispersion: $n = n(l) \Rightarrow l_1 < l_2 \leftrightarrow c_1 < c_2$, weil $n_1 > n_2$.

Modendispersion: $e_1 \neq e_2$? Mode 1 und Mode 2 haben verschieden lange Laufwege im LWL.

Wegunterschied zwischen „kürzester" und „längster" Mode: $\Delta l = L\frac{n_1 - n_2}{n_2} \approx L\frac{\Delta n}{n}$; L: Weg der Grundmode, $n_1 = n_K$, $n_2 = n_M$.

Laufzeitdifferenz: $t_{\text{mod}} = \Delta t \approx \frac{L}{c_0}\Delta n$; relative Laufzeitdifferenz: $\frac{t_{\text{mod}}}{t} \approx \frac{\Delta n}{n} \approx \Delta_n$.

Bedingung für Nichtauslöschung reflektierter Moden: $\sin\Theta = -\frac{m l_0}{8nr_k} + \sqrt{\left(\frac{m l_0}{8nr_k}\right)^2 + \frac{1}{2}}$ mit $e_1 = 90° - \Theta$, $m = -2r_k n\frac{2\sin^2\Theta - 1}{l_0 \sin\Theta}$.

Beschränkung der Modenzahl:

- $\Theta \to \Theta_g$: obige Gleichung hat minimales $m = \lfloor m \rfloor + 1$ (aufrunden).
- $\Theta \to 0$: wegen Beugung sind die Moden mit kleinem Winkel nicht unterscheidbar.

? Faserparameter $V = \frac{2p}{l_0} r_k \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = K r_k A$, Modenzahl $M = \frac{1}{2} V^2$, $K = \frac{2p}{l_0}$.

7. Gradientenprofil-Fasern

Brechzahl ist abhängig vom Kernabstand: $n(r) = n_1 \sqrt{1 - 2\Delta_n \left(\frac{r}{r_k}\right)^a}$ mit a : Profilparameter.

$$a = 2 \;:\; n(r) = n_1 \sqrt{1 - \frac{2\Delta_n}{r_k^2} r^2} \approx n_1 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{2\Delta_n}{r_k^2} r^2\right) = n_1 \left(1 - \frac{1}{2} a^{*2} r^2\right) \text{ mit } a^{*2} r^2 = 2\Delta_n .$$

Bahn des Lichts: $\frac{d^2 r}{dz^2} + a^{*2} r = 0 \Rightarrow r(z) = \hat{r} \sin\left(a^* z + y_0\right)$ mit z: Weglänge, y_0: Anfangsphase, 0 bei sin-Kurve.

Numerische Apertur: $r = 0$: $A = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_0 \sin e_{0,\max}$, da $e_0 = e_0(r)$: $A(r) = \sin e_0(r) = \sqrt{n_1^2(r) - n_2^2}$. Effektive numerische Apertur: $A_{eff} = n_1(0)\sqrt{\Delta_n}$. **Max. Winkel** $e_{0,\max} \approx \sin^{-1} \frac{n_1}{n_0} \sqrt{2 \frac{\Delta n}{n}}$, bei bel. Radius: $e_{r,\max} \approx \tan^{-1}\left(\frac{nr}{r_k} \sqrt{2\Delta_n} \sin^{-1} \frac{r}{r_k}\right)$.

Laufzeitdifferenzen: $\left(\frac{t_{\mathrm{mod}}}{L}\right)_{Gr} = \frac{n_1 \Delta_n^2}{2 c_0} = \frac{\Delta_n}{2} \left(\frac{t_{\mathrm{mod}}}{L}\right)_{Mu}$, Strahlperiode $L_p = \sqrt{\frac{2}{\Delta_n}} p r_1$ in Metern.

Gesamtzahl ausbreitungsfähiger **Moden**: $M = \frac{a}{a+2} \frac{V^2}{2}$ für $a = 2 \Rightarrow M = \frac{V^2}{4}$.

8. Monomoden-Faser

Nur Grundmode ? nur chromatische Dispersion.

Phasenbrechzahl: $n = \frac{c_0}{c} = \frac{c_0}{c_p}$; $v_p = c_p = c_p(l) \to n = n(l)$. Kohärenzlänge: $l_k = \frac{l_0^2}{\Delta l}$.

Jede harmonische Teilwelle hat eine andere Phasengeschwindigkeit: $c_p = c_p(l)$. Geschwindigkeit des Wellenzugs: Schwerpunkt des Wellenzugs mit der Gruppengeschwindigkeit v_g = Signalgeschwindigkeit.

9. Schwebung

Überlagerung zweier Schwingungen ähnlicher Frequenzen, $f_1 \geq f_2$, $w_1 \geq w_2$.
Reine Schwebung: Gleiche Amplituden ? Amplitudenmodulation.
Unreine Schwebung: Verschiedene Amplituden ? Amplituden- und Frequenzmodulation.

Rein: $\hat{y} = \hat{y}_1 = \hat{y}_2 \Rightarrow y(t) = \hat{y}(\cos w_1 t + \cos w_2 t) = 2\hat{y} \cos\left(\frac{w_1 - w_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{w_1 + w_2}{2} t\right) = \underbrace{2\hat{y} \cos w_D t}_{\hat{E}_{res}(t)} \cos w_M t$.

Mittenkreisfrequenz: $w_M = \frac{w_1 + w_2}{2}$, Differenzkreisfrequenz: $w_D = \frac{w_1 - w_2}{2} << w_M$, $f_S \approx f_1 \frac{\Delta l}{l_1}$.

Schwebungskreisfrequenz: $w_S = 2 w_D = w_1 - w_2$, Schwebungsperiode (Abstand der Knoten): $T_S = \frac{1}{2} T_D$ (auch unrein).

Ergibt Amplitudenmodulierte Schwingung mit Trägerfrequenz: $f_M = \frac{w_M}{2p}$, T_M: Periodendauer.

Signal-, Gruppengeschwindigkeit: $v_g = \frac{1}{\frac{1}{c} - \frac{w}{c^2} \frac{dc}{dw}} = \frac{dw}{dk} = \frac{c_0}{n} \left(1 + \frac{l}{n} \frac{dn}{dl}\right) = c - l \frac{dc}{dl} \approx c - l_0 \frac{dc}{dl_0} \approx \frac{c_0}{n_g}$

Gruppenbrechzahl: $n_g = \frac{c_0}{v_g} = \frac{n}{1 + \frac{l}{n} \frac{dn}{dl}} \approx n - l \frac{dn}{dl} \approx n(0)$ mit $n(l)$: Phasenbrechzahl.

Gruppenlaufzeit: $t_g = \frac{L}{v_g} = \frac{L}{c_0} n_g = \frac{L}{c_0}\left(n - l_0 \frac{dn}{d l_0}\right) \approx \frac{L}{c_0} n(0)$.

Impulsverbreiterung: $t_{Mat} = \frac{dt_g}{d l_0}\Delta l_0 = \frac{L}{c_0}\frac{dn_g}{d l_0}\Delta l_0$; $\frac{t_{Mat}}{L\Delta l_0} = \frac{1}{c_0}\frac{dn_g}{d l_0}$ bzw. $-\frac{l_0}{c_0}\frac{d^2 n}{d l_0^2}$ für Deltaimpuls des Senders.

Wellenleiterdispersion t_{WL}: ergibt sich aus „Dispersionkoeffizient“ aus Maxwell-Gleichungen, beruht auf Mantelstruktur und –gruppenbrechzahl ? Chromatische Dispersion: $t_{Chrom} = t_{Mat} + t_{WL}$. t_{WL} kann negativ sein ? für bestimmte l_0 wird die gesamte Dispersion 0.

10. Folgerungen für die optische Nachrichtenübertragung

Gesamte Faserdispersion: $t = \sqrt{t_{Chrom}^2 + t_{Mode}^2} = \sqrt{t_1^2 + t_2^2}$ mit t_1, t_2 Breite des Eingangs-/Ausgangsimpulses.

Übertragungskapazität: $BL = C\frac{L}{t} = const$? kleiner, je größer L (Konstante C: abhg. von Art der Informationscodierung, meist $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$).

11. Funktionsweise von Lasern

Energieabstand zweier Energiezustände eines Systems: $\Delta W = W_2 - W_1 = hf_0 = h\frac{c_0}{l_0}$.

Thermisches Gleichgewicht: $N_2 = N_1 e^{-\frac{\Delta W}{kT}}$ mit $1eV = 1{,}602\cdot 10^{-19} J$, $t_G = t\frac{\Delta W}{kT}$.

Störung des thermischen Gleichgewichts ($t = 0$: nur Atome im Zustand N_2): $N_2(t) = N_2(0)e^{-l_Z t} = N_2(0)e^{-\frac{t}{t}}$.

l_Z: Zerfallskonstante; $t = \frac{1}{l_Z}$: mittlere Lebensdauer des Zustands der Energie W_2.

Natürliche Linienbreite: $\Delta f_N \approx \frac{1}{t}$. Metastabil: Großes t, kleines Δf_N ? „scharfe Linien“.

Adsorption von Photonen: $\frac{dN_{12}}{dt} = B_{12}N_1 u(f)$ mit $u(f)$: eingestrahlte spektrale Energiedichte, B_{12}: Übergangswahrscheinlichkeit, dN_{12}: Zahl der Atome je Volumen.

Emission von Photonen: $\frac{dN_{21}}{dt} = A_{21}N_2 + B_{21}N_2 u(f)$, $A_{21} = l_Z = \frac{1}{t}$: spontane Emission, $B_{21} = B_{12}$: induzierte, stimulierte, erzwungene Emission; kohärent, abhängig von $u(f)$. Die Phase der emittierten Welle entspricht der Phase der anregenden Welle.

Aktives Medium: Inversion der Besetzungszahlen, $N_2 > N_1$.

Begünstigung der erzwungenen Emission: a. $\frac{A_{21}}{B}$ klein ? günstig für kleine f und große l, b. t groß ? $A_{21} \approx \frac{1}{t}$ klein.

Kurze LASER geben leichter Single-Mode-Betrieb: $\Delta f_{res} \sim \frac{1}{L}$.

Konfokale Anordnung: Zwei Kugelspiegel, gleiche Radien $R = L$? $2nL$ durch $4nL$ ersetzen. Axiale (TEM_{00}-)Moden: gaußförmige, radiale Intensitätsverteilung $S(r) = S(0)e^{-\frac{2r^2}{r_0^2}}$; $S(r_0) = S(0)e^{-2}$ mit r: Abstand zur x-Achse, $r_{0,\min} = \frac{r_{0,S}}{\sqrt{2}}$ mit $r_{0,S}$: Spiegelscheitel, $r_{0,\min}$ bei $x = 0$.

Kreis mit Radius $r_{0,\min}$ wirkt als beugende Kreisöffnung, Strahlen hyperbelförmig.

12. Halbleiteremitter

Langwellige Grenze des Spektrums: $\Delta W = hf_g = h\frac{c}{l_g}$, $h = 6{,}626\cdot 10^{-34} Ws^2$.

Spektrale Empfindlichkeit: $s(l) =$ spektrales Ausgangssignal/spektrales Eingangssignal, z.B. spektraler Photostrom/spektrale Strahlungsleistung.